



مجموعه تست مثلثات ۴



۱ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

$x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۴)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳)
 $x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۲)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۱)

۲ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ به کدام صورت است؟

$x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۴)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳)
 $x = \frac{2k\pi}{3}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{3}$ (۱)

۳ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ کدام است؟

$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۱)

۴ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟

$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴)
 $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۳)
 $x = 2k\pi + \pi$ (۲)
 $x = k\pi$ (۱)

۵ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 0$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴)
 $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳)
 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۱)

۶ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۴)
 $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۳)
 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ (۱)

۷ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3}$ کدام است؟

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)
 $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲)
 $x = k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۱)

۸ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)
 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳)
 $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲)
 $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۱)

۹ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)
 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۱)

۱۰ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \cos^2 x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ کدام است؟

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)
 $x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6}, x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۱)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)



۱۱) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos 2x = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{2k\pi}{5}$ ۲) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{5}$ ۳) $x = (2k-1)\frac{\pi}{5}$ ۴) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{5}$

۱۲) مجموع جواب های معادله ی $2(\sin^4 x - \cos^4 x) = 1$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 3π ۲) 4π ۳) 5π ۴) $\frac{10\pi}{3}$

۱۳) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sqrt{3}(\tan^2 x - 1) + 2\tan x = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ ۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$

۱۴) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin(\frac{5\pi}{2} + x) = \cos^3 x$ کدام است؟

- ۱) $x = k\pi$ ۲) $x = k\frac{\pi}{2}$ ۳) $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

۱۵) نمودار تابع $y = \sin 5x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ چند بار محور x ها را قطع می کند؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۶) جواب کلی معادله ی $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) + 3\cos x = 1$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۲) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۷) مجموع جواب های معادله ی $\cos^2 x = \sin^2 x + \sin 2x$ در بازه ی $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱) π ۲) $\frac{7\pi}{5}$ ۳) $\frac{5\pi}{8}$ ۴) $\frac{3\pi}{4}$

۱۸) معادله ی مثلثاتی $\sin 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ در بازه ی $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۹) جواب کلی معادله ی $2\sin^2 x = 1 - \cos 4x$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{3}$ ۲) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{6}$ ۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۲۰) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۳) $x = k\pi - \frac{\pi}{8}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{8}$

۲۱) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$ به کدام صورت است؟

- ۱) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۲) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۳) $x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۲۲) نمودار تابع $y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$ روی بازه ی $[-\pi, \frac{3\pi}{2}]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می کند؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۳) $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

۲۴) تعداد جواب های معادله ی $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 4x$ در بازه ی $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۴



۲۵) یکی از جواب‌های کلی معادله‌ی $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ ۲) $x = k\pi - \frac{\pi}{3}$ ۳) $x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

۲۶) جواب کلی معادله‌ی $\cos 4x + 2 \sin^2 x = 1$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2}$ ۳) $x = k\pi$ ۴) $x = \frac{k\pi}{3}$

۲۷) جواب کلی معادله‌ی $\sin x \cos x = \sin \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ ۴) جواب ندارد.

۲۸) مجموعه جواب کلی معادله‌ی $2 \sin^2(\frac{\pi}{2} + x) - \sin x + 1 = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi$ ۲) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ۳) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

۲۹) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ۲) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳) $x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ ۴) $x = k\pi - \frac{\pi}{3}$

۳۰) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \tan x \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است؟

- ۱) $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۳) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۴) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$

۳۱) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x + 3 \sin(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$ به کدام صورت است؟

- ۱) $x = k\pi$ ۲) $x = 2k\pi$ ۳) $x = k\frac{\pi}{2}$ ۴) $x = (2k+1)\pi$

۳۲) مجموع تمام جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 8π ۲) 9π ۳) 10π ۴) 11π

۳۳) جواب کلی معادله‌ی $2 \cot 2x = 1 + \cot x$ کدام است؟

- ۱) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۲) $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۳) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{4}$

۳۴) معادله‌ی $\frac{\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}}{\cos x \cos 2x} = 8$ چند جواب در فاصله‌ی $[0, \pi]$ دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۵) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\tan x = \sin 2x$ به صورت $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$ است. مجموعه مقادیر i کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ۱) $\{0, 1, 3\}$ ۲) $\{1, 3\}$ ۳) $\{0, 1\}$ ۴) $\{1, 2, 3\}$

۳۶) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $(1 + \cot^2 x) \sin(\pi + 2x) = 2$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 2π ۲) 3π ۳) $\frac{5\pi}{2}$ ۴) $\frac{13\pi}{2}$

۳۷) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x = 3 \cos x$ به کدام صورت است؟

- ۱) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۲) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۴) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۳۸) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۲) $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ۳) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$



۳۹) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) $\frac{14\pi}{3}$ ۲) 4π ۳) $\frac{9\pi}{2}$ ۴) 5π

۴۰) معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x = \sin 2x + 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۱) جواب کلی معادله‌ی $\sin x(1 + \sin x) = \cos^2 x$ کدام است؟

- ۱) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ ۲) $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ ۳) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۴) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۴۲) اگر جواب معادله‌ی مثلثاتی $2\cos^2 x = \cos x$ به صورت $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$ باشد، مجموعه‌ی مقادیر i کدام است؟

- ۱) $\{1, 2, 0\}$ ۲) $\{0, 1\}$ ۳) $\{1, 2, 3\}$ ۴) $\{1, 2\}$

۴۳) معادله‌ی $\cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin 2x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۴) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\tan x \tan 3x = 1$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{4}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

۴۵) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{5}$ ۲) $x = \frac{2k\pi}{5}$ ۳) $x = k\pi + \frac{\pi}{5}$ ۴) $x = \frac{(2k+1)\pi}{5}$

۴۶) جواب کلی معادله‌ی $\tan 4x = \frac{1}{\tan(4x + \frac{\pi}{3})}$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{24}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{24}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{48}$

۴۷) معادله‌ی $2\sin^2 x + 3\cos x = 3$ در بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۸) معادله‌ی $\sin^2 x = \sin x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۹) مجموع جواب‌های معادله‌ی $\cos 3x = \cos 2x$ در بازه‌ی $(\pi, 3\pi)$ ، کدام است؟

- ۱) 12π ۲) 10π ۳) 8π ۴) 6π

۵۰) کدام یک، ریشه‌ای برای معادله‌ی $\cos 5x = 2\cos^2 x - 1$ است؟

- ۱) $\frac{3\pi}{7}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{7}$ ۴) $\frac{4\pi}{7}$

۵۱) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{3}{2}\cos x - \sin^2 x = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۲) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۵۲) معادله‌ی $\sin x \cos^3 x - \cos x \sin^3 x = \frac{1}{12}$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۵۳) معادله $\tan 2x = 3 \tan x$ در بازه $(0, \frac{5\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۹

۵۴) معادله $\frac{\sin^2 x}{2} = \frac{5}{8} - \cos^2 x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۳

۵۵) جواب کلی معادله $2 \sin^2 x = 1 - \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{16}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۴) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

۵۶) معادله $\sin x (\tan x + \cot x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۵۷) جواب کلی معادله $\sin x \cos x - \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \cos \frac{4\pi}{3}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۳) $k\pi + \frac{\pi}{8}$ ۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

۵۸) از معادله $(\cos 3x)(\cos \frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{2} - \cos^2 x$ چند جواب برای x در فاصله $(0, 2\pi)$ به دست می آید؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۵۹) مجموع جواب های متمایز معادله $\cos 2x + \cos^2 x + 4 \sin x = 3$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3\pi}{2}$ ۲) 2π ۳) $\frac{5\pi}{4}$ ۴) π

۶۰) معادله مثلثاتی $\frac{\cos 2x + 4 \sin x - 3}{\sin x - 1} = 3$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۱) معادله $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶۲) مجموع جواب های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{5\pi}{2}$ ۲) 3π ۳) 4π ۴) 5π

۶۳) مجموع جواب های معادله $\frac{8 \sin^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \cos 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5\pi}{2}$ ۲) 6π ۳) 2π ۴) 4π

۶۴) معادله $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cdot \sin x + 3 \frac{\cos x}{\sin x} (-\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 + 3A - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \rightarrow \begin{cases} A = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \\ A = \frac{-3-5}{4} = -2 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$A = -2 \Rightarrow \cos x = -2 \text{ امکان ندارد } (-1 \leq \cos x \leq 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

$x = \frac{2k\pi}{3}$ جواب‌های $x = 2k\pi$ را پوشش می‌دهد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0 \Rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - A - 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \pi \\ \cos x = \frac{3}{2} > 1 \text{ غی قی } (-1 \leq \cos x \leq 1) \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

روش اول:

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{حالت خاص}} x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم: اگر به k صفر دهیم گزینه‌های ۱، ۲، ۳ جواب $x = \frac{\pi}{4}$ بدست می‌آید که غیر قابل قبول است (چون مخرج را صفر می‌کند) پس گزینه‌ی ۴ جواب صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

می‌دانیم: $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{3\pi}{2} \Rightarrow (\sin x - \tan x) \cot x = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \sin x \cot x - \tan x \cot x = -\cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = -\cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

می‌دانیم: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$

$$(1 + \tan^2 x) \cdot \cos(\pi + 2x) = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)(-\cos 2x) = 2 \Rightarrow 2 \cos^2 x = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow 1 + \cos 2x = -\cos 2x \Rightarrow 2 \cos 2x = -1 \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

توجه کنید که $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$2 \cos^2 x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow 2 \cos^2 x = -3 \sin x$$

$$\Rightarrow 2(1 - \sin^2 x) = -3 \sin x \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 16 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = \frac{3+5}{4} = 2 \rightarrow \sin x = 2 & \text{امکان ندارد: } (-1 \leq \sin x \leq 1) \\ A = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\cos 3x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos 2x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi + 2x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 3x = 2k\pi + \pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ \xrightarrow{x=2k\pi-\alpha} 3x = 2k\pi - \pi - 2x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{5} = (2k-1)\frac{\pi}{5} \end{cases}$$

گزینه ی سوم صحیح است این گزینه جواب‌های $x = (2k+1)\pi$ را هم شامل می‌شود.

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$2(\sin^2 x - \cos^2 x) = 1 \Rightarrow 2(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = 1$$

$$\Rightarrow 2(-\cos 2x) = 1 \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 2x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \xrightarrow{x=2k\pi-\alpha} 2x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

k	x
۰	$\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$
۱	$\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$
۲	$\frac{5\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

می دانیم: $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

$$\sqrt{3}(\tan^2 x - 1) + 2 \tan x = 0 \rightarrow 2 \tan x = \sqrt{3}(1 - \tan^2 x)$$

$$\rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \cos^2 x \rightarrow \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$= \cos^2 x \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos^2 x \rightarrow \cos x = \cos^2 x$$

$$\rightarrow \cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi \\ \cos x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

که اجتماع این سه جواب $x = \frac{k\pi}{2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$y = \sin 5x \xrightarrow{y=0} \sin 5x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 5x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{5}$$

به k اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ... و ۱۰ را می دهیم x از 2π بیشتر نمی شود پس در این فاصله ۱۱ بار محور x ها را قطع می کند

$$0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \dots, 2\pi$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 3 \cos x = 1 \rightarrow \cos 2x + 3 \cos x = 1$$

حال با کمک رابطه ی $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ داریم:

$$2 \cos^2 x - 1 + 3 \cos x = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \Rightarrow (\cos x + 2)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x + 2 = 0 \Rightarrow \cos x = -2 \text{ غ ق } (-1 \leq \cos x \leq 1) \\ 2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

دقت کنید معادله ی $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$ را از راه Δ نیز می توانید حل کنید.

می دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\cos^2 x = \sin^2 x + \sin 2x \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \sin 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \sin 2x \xrightarrow{\div \cos 2x} \tan 2x = 1 \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$x \in [0, \pi] \rightarrow \begin{cases} k=0 : x_1 = \frac{\pi}{8} \\ k=1 : x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{3\pi}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \sin 2x = \sin x \rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\alpha \xrightarrow{} 2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi \\ x=2k\pi+\pi-\alpha \xrightarrow{} 2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین، این معادله ی مثلثاتی در بازه ی $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ دارای ۳ جواب می باشد. \Rightarrow

k	-1	0
x	$-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}$	$0, \frac{\pi}{2}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

می دانیم: $1 - 2 \sin^2 x = \cos 2x$

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\rightarrow \cos 2x = \cos 2x \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 2x = 2k\pi \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = k\pi \\ 2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

جواب های $x = \frac{k\pi}{2}$ جواب های $x = k\pi$ را نیز شامل می شود پس جواب کلی معادله به صورت $x = \frac{k\pi}{2}$ است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

می‌دانیم: $2 \sin a \cos a = \sin 2a$, $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \cos^2 x$$

$$\rightarrow 2 \sin x \cos x = -(2 \cos^2 x - 1) \rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

طرفین را بر $\cos 2x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\rightarrow \tan 2x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)} = 1 \rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \xrightarrow{\sin x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi} \sin 3x = \sin x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 3x = 2k\pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi \rightarrow x = k\pi \\ \xrightarrow{x=2k\pi+\pi-\alpha} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

چون $x \neq k\pi$ می‌باشد پس جواب $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است.

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ برای پیدا کردن نقاط برخورد نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ با محور x ‌ها روی بازه‌ی $\left[-\pi, \frac{3\pi}{4}\right]$ ، کافی است معادله‌ی $3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$ را روی

بازه‌ی مورد نظر حل کنیم. داریم:

$$3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\xrightarrow[\text{حالت خاص}]{x=k\pi} \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow -2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2}$$

حال، جواب‌های قابل قبول x را که در بازه‌ی $\left[-\pi, \frac{3\pi}{4}\right]$ قرار دارند به دست می‌آوریم:

$$k=2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \pi = -\frac{7\pi}{8}, \quad k=1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{8}$$

$$k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}, \quad k=-1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{8}$$

$$k=-2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \pi = \frac{9\pi}{8}$$

در نتیجه، پنج جواب قابل قبول وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\cos 3x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \xrightarrow{x=2k\pi-\alpha} 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

چون $\cos x \neq 0$ است پس جواب $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

می‌دانیم: $(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a$
 $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \cos 2x \rightarrow 1 + \sin 2x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 2x + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x (2 \sin 2x + 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \xrightarrow[\text{حالت خاص}]{x=k\pi} 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{11\pi}{12} \\ \xrightarrow{x=2k\pi+\pi-\alpha} 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

پس معادله‌ی داده شده در بازه‌ی $[0, \pi]$ دارای پنج جواب است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$
 $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$$1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0 \rightarrow 1 + \sin x + \cos x + 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$\rightarrow (\sin x + \cos x) + 2 \cos x (\sin x + \cos x) = 0 \rightarrow (\sin x + \cos x)(1 + 2 \cos x) = 0$$



$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \rightarrow \sin x = -\cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} x = k\pi - \frac{\pi}{4} \\ 1 + 2\cos x = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

می‌دانیم: $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

$$\cos 2x + 2\sin^2 x = 1 \rightarrow \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow \cos 2x = \cos 2x$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x \rightarrow 2x = 2k\pi \rightarrow x = k\pi \\ 2x = 2k\pi - 2x \rightarrow 4x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

دقت کنید که جواب‌های $x = k\pi$ همگی در $x = \frac{k\pi}{2}$ قرار دارند بنابراین جواب کلی معادله $x = \frac{k\pi}{2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

می‌دانیم: $\sin u \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u$

$$\sin x \cdot \cos x = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin 2x = 1$$

$$\xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi + \frac{\pi}{2}} x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$\rightarrow 2(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1 = 0 \rightarrow 2 - 2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$\rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 2A^2 + A - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} A = 1 \rightarrow \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \rightarrow \sin x = -\frac{3}{2} \quad (-1 \leq \sin x \leq 1) \quad \text{امکان ندارد} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\sin^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 0$$

$$\rightarrow 2 - 2\cos^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3+5}{4} = 2 \rightarrow (-1 \leq \cos x \leq 1) \quad \text{امکان ندارد} \\ \cos x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

می‌دانیم: $\sin 2a = 2\sin a \cos a$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$2\tan x \cos^2 x = 1 \rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = 1 \rightarrow 2\sin x \cos x = 1$$

$$\rightarrow \sin 2x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi + \frac{\pi}{2}} x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$\cos^2 x + 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0 \rightarrow \cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0 \xrightarrow{\cos x = A} A^2 + 3A + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \rightarrow \cos x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ A = -\frac{c}{a} = -2 \rightarrow \cos x = -2 \quad (-1 \leq \cos x \leq 1) \quad \text{امکان ندارد} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\sin 5x + \sin 4x = 1 + \underbrace{\cos \pi}_{-1} \rightarrow \sin 5x = -\sin 4x \rightarrow \sin 5x = \sin(-4x)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\alpha \xrightarrow{} 5x=2k\pi-4x \rightarrow 9x=2k\pi \rightarrow x=\frac{2k\pi}{9} \\ x=2k\pi+\pi-\alpha \xrightarrow{} 5x=2k\pi+\pi+4x \rightarrow x=2k\pi+\pi \end{cases}$$

$$x = \frac{2k\pi}{9} \rightarrow \begin{array}{c|cccccc} k & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 9 \\ \hline x & 0 & \frac{2\pi}{9} & \frac{4\pi}{9} & \frac{6\pi}{9} & \frac{8\pi}{9} & \dots & 2\pi \end{array}$$



$$x = 2k\pi + \pi \rightarrow \begin{array}{c|cc} k & 0 & 1 \\ \hline x & \pi & 2\pi \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع جوابها} &= \frac{2\pi + 4\pi + 6\pi + \dots + 18\pi}{9} + \underbrace{\pi}_{\text{جدول پایین}} \\ &= \frac{(2+4+6+\dots+18)\pi}{9} + \pi = \frac{90\pi}{9} + \pi = 10\pi + \pi = 11\pi \end{aligned}$$

دقت کنید که $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ است روی همین اصل داریم:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 18 = 9(9+1) = 90.$$

$2 \cot 2a = \cot a - \tan a$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$2 \cot 2x = 1 + \cot x \rightarrow \cot x - \tan x = 1 + \cot x \rightarrow \tan x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{array}{l} x = k\pi + \alpha \\ \hline \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{array}$$

$\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$, $\sin u \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\begin{aligned} \tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2} &= 2 \rightarrow \frac{2}{\cos x \cos \frac{x}{2}} = 2 \rightarrow \frac{2}{\cos x \cos \frac{x}{2}} = 2 \rightarrow \frac{2}{\underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} \cos \frac{x}{2}} = 2 \rightarrow \frac{2}{\underbrace{\frac{1}{2} \sin 2x \cos \frac{x}{2}}_{\frac{1}{4} \sin 4x}} = 2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{2}{\frac{1}{4} \sin 4x} = 2 \rightarrow \frac{8}{\sin 4x} = 2 \rightarrow \sin 4x = 1 \xrightarrow[\text{حالت خاص}]{x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\rightarrow \begin{cases} k = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ k = 1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{4} \end{cases} \rightarrow \text{معادله در بازه } [0, \pi] \text{ دارای دو جواب است.}$$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\tan x = \sin 2x \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \sin x \cos x \rightarrow \sin x = 2 \sin x \cos^2 x$$

$$\rightarrow 2 \sin x \cos^2 x - \sin x = 0 \rightarrow \sin x (2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \\ \cos^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x = 2k\pi + \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos \frac{3\pi}{4} \xrightarrow{x = 2k\pi + \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \end{cases} \end{cases}$$

اما چون جواب کلی معادله مثلثاتی در صورت سوال به فرم $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$ است از دو جواب آخر به دست آمده، اجتماع می‌گیریم که جواب‌ها به صورت $x = k\pi + \frac{3\pi}{4}$ و $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ می‌باشد. درمی‌آیند بنابراین مجموعه مقادیر i به صورت $\{0, 1, 3\}$ است.

$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$(1 + \cot^2 x) \sin(\pi + 2x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} (-\sin 2x) = 2$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 x = -\sin 2x \rightarrow 2 \sin^2 x = -2 \sin x \cos x$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 0 \rightarrow 2 \sin x (\sin x + \cos x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2 \sin x = 0 \rightarrow \sin x = 0 \quad (\text{غرق می‌کند}) \\ \sin x + \cos x = 0 \rightarrow \sin x = -\cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cc} k & 1 & 2 \\ \hline x & \frac{3\pi}{4} & \frac{5\pi}{4} \end{array}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها $\frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{8\pi}{4}$ است.

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷



$$2\sin^2 x = 3\cos x \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) = 3\cos x \rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 + 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = \frac{-3-5}{4} = -2. \text{ امکان ندارد زیرا } -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ است.} \end{cases}$$

$$1 + \cos 2a = 2\cos^2 a \quad \text{می‌دانیم: } \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{38}$$

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow \cos 2x + 1 + \cos 2x = 0 \rightarrow 2\cos 2x = -1 \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \cos 2x = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a, \quad \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha \quad \text{می‌دانیم: } \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{39}$$

$$\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0 \rightarrow 2\sin x \cos x + \sin x = 0 \rightarrow \sin x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حال خاص}} x = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} x = 0, \pi, 2\pi \\ 2\cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=0} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر $5\pi = 0 + \pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3}$ است.

$$1 - \cos 2a = 2\sin^2 a, \quad \sin 2a = 2\sin a \cos a \quad \text{می‌دانیم: } \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{40}$$

$$\cos 2x = \sin 2x + 1 \rightarrow 1 - \cos 2x + \sin 2x = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + 2\sin x \cos x = 0$$

$$\rightarrow 2\sin x(\sin x + \cos x) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} x = 0, \pi, 2\pi \\ \sin x + \cos x = 0 \rightarrow \sin x = -\cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = -1 = \tan(-\frac{\pi}{4}) \\ \xrightarrow{x=k\pi + \alpha} x = k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{k=1,2} x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه‌ی داده شده دارای پنج جواب است.

$$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{41}$$

$$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\sin x(1 + \sin x) = \cos^2 x \rightarrow \sin x + \sin^2 x = \cos^2 x \rightarrow \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\rightarrow \cos 2x = \sin x \rightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$$

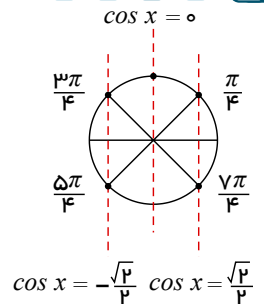
$$\xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm (\frac{\pi}{2} - x) \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ و $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ را نیز شامل می‌شود پس جواب کلی معادله به صورت $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ است.

$$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{42}$$

$$2\cos^2 x = \cos x \rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2\cos^2 x - 1 = 0 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



با توجه به شکل این معادله سه جواب کلی به صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ و $x = k\pi + \frac{3\pi}{4}$ و $x = k\pi + \frac{5\pi}{4}$ را می‌توان به صورت $\{1, 2, 3\}$ در نظر گرفت.

$$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a, \quad \sin 2a = 2\sin a \cos a, \quad 1 - \cos 2a = 2\sin^2 a \quad \text{می‌دانیم: } \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{43}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin 2x \rightarrow (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1 - \sin 2x$$

$$\rightarrow \cos 2x = 1 - \sin 2x \rightarrow \sin 2x = 1 - \cos 2x \rightarrow 2\sin x \cos x = 2\sin^2 x$$



$$\rightarrow 2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow 2 \sin x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = 0, \pi, 2\pi \\ \cos x = \sin x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه‌ی داده شده دارای پنج جواب است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \rightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

کسری برابر صفر است که صورتش صفر باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 3x = -\sin 2x \rightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\begin{cases} x=2k\pi+\alpha \rightarrow 3x = 2k\pi - 2x \rightarrow 5x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ x=2k\pi+\pi-\alpha \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi - 2x \rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

غ ق (مخرج را صفر می‌کند)

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\tan 4x = \frac{1}{\tan(4x + \frac{\pi}{2})} = \cot(4x + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \tan 4x = \tan(\frac{\pi}{2} - (4x + \frac{\pi}{2}))$$

$$\tan 4x = \tan(\frac{\pi}{2} - 4x) \xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} - 4x \Rightarrow 8x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 3 \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2 - 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \cos x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

جواب‌های واقع در بازه $[-\pi, \pi]$ عبارت‌اند از: $-\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\sin^2 x = \sin x \rightarrow \sin x (\sin x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \\ \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۴ ریشه است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\cos 3x = \cos 2x \begin{cases} x=2k\pi+\alpha \rightarrow 3x = 2k\pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi \\ x=2k\pi-\alpha \rightarrow 3x = 2k\pi - 2x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

توجه کنید تمام جواب‌های $x = 2k\pi$ در $x = \frac{2k\pi}{5}$ قرار دارند پس جواب معادله به صورت $x = \frac{2k\pi}{5}$ است و جواب‌های معادله در بازه $(\pi, 3\pi)$ به صورت $\frac{14\pi}{5}, \frac{12\pi}{5}, \frac{10\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}$ است. مجموع جواب‌ها $\frac{6\pi}{5} + \frac{8\pi}{5} + \frac{10\pi}{5} + \frac{12\pi}{5} + \frac{14\pi}{5} = \frac{50\pi}{5} = 10\pi$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

می‌دانیم $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ است.

$$\cos 5x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 5x = \cos 2x \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 5x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ 5x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7} \xrightarrow{k=2} x = \frac{4\pi}{7} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$\frac{3}{2} \cos x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} \cos x - (1 - \cos^2 x) = 0$$

$$\frac{3}{2} \cos x - 1 + \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x + \frac{3}{2} \cos x - 1 = 0$$

$$\Delta = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \cos x = \frac{-\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -2 \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

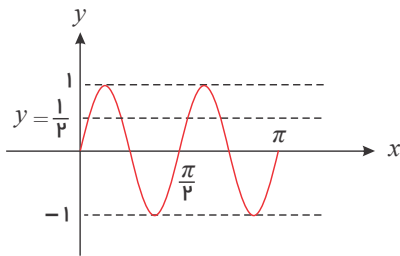
می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ و $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$ است.

$$\sin x \cos^3 x - \cos x \sin^3 x = \frac{1}{12} \Rightarrow \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin 2(2x) = \frac{1}{12} \Rightarrow \sin 4x = \frac{1}{3}$$

پس معادله به فرم $\sin 4x = \frac{1}{3}$ در می‌آید. نمودار $y = \sin 4x$ از انقباض افقی نمودار $y = \sin x$ با ضریب ۴ به دست می‌آید. در این صورت مطابق شکل زیر، نمودارهای $y = \sin 4x$ و

$y = \frac{1}{3}$ در ۴ نقطه تلاقی دارند. پس معادله دارای ۴ ریشه است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

می‌دانیم $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$ است.

$$\tan 2x = 3 \tan x \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 3 \tan x \rightarrow 2 \tan x = 3 \tan x (1 - \tan^2 x) \rightarrow 2 \tan x = 3 \tan x - 3 \tan^3 x \rightarrow 3 \tan^3 x - \tan x = 0$$

$$\rightarrow \tan x (3 \tan^2 x - 1) = 0 \rightarrow \tan x = 0 \text{ یا } 3 \tan^2 x - 1 = 0$$

$$\tan x = 0 \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \rightarrow \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \rightarrow x = \pi, 2\pi \text{ جواب ۲}$$

$$3 \tan^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan\left(\pm \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \pi + \frac{\pi}{6}, \pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

در کل معادله در بازه $\left(0, \frac{5\pi}{6}\right)$ دارای ۷ جواب است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\frac{\sin^2 x}{2} = \frac{5}{8} - \cos^2 x \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{2} = \frac{5}{8} - (1 - \sin^2 x) \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{2} = \frac{5}{8} - 1 + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x}{2} - \sin^2 x = -\frac{3}{8} \Rightarrow -\frac{\sin^2 x}{2} = -\frac{3}{8} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

می‌دانیم اگر $\sin^2 x = \sin^2 \alpha$ باشد، آن گاه $x = k\pi \pm \alpha$ است.

$$x = k\pi \pm \alpha \rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \end{cases}$$

معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۴ جواب است.

می‌دانیم که $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x$$

$$\xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + 2x \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - 2x \rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

می‌دانیم $\tan a + \cot a = \frac{1}{\sin a \cos a}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$\sin x (\tan x + \cot x) = 1 \rightarrow \sin x \left(\frac{1}{\sin x \cos x} \right) = 1 \rightarrow \frac{1}{\cos x} = 1 \rightarrow \cos x = 1$$



توجه کنید در نقاطی که $\cos x = 1$ است، $\sin x = 0$ است و مخرج را صفر می‌کند پس معادله جواب حقیقی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

می‌دانیم $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ و $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ است.

$$\sin x \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \sin x \cos x - \cos^2 x = -\cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \cos^2 x - \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} 2 \sin x \cos x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 1 \Rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸ می‌دانیم که $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ است.

$$(\cos 3x)(\cos \frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{2} - \cos^2 x \rightarrow (\cos 3x)(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} - \cos^2 x$$

$$\xrightarrow{\times 2} -\cos 3x = 1 - 2 \cos^2 x \rightarrow \cos 3x = 2 \cos^2 x - 1 \rightarrow \cos 3x = \cos 2x$$

$$\xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi \\ 3x = 2k\pi - 2x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \rightarrow \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5} \end{cases}$$

بنابراین ۴ جواب به دست می‌آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹ می‌دانیم $\cos 2x = 1 - \sin^2 x$ و $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ است.

$$\cos^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x = 3 \rightarrow 1 - \sin^2 x + 1 - \sin^2 x + 2 \sin x = 3$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 2A^2 - 2A + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} A = 1 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{در بازه } [0, \pi] \text{ دو جواب مکمل دارد.} \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر $\frac{3\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{2}$ است.

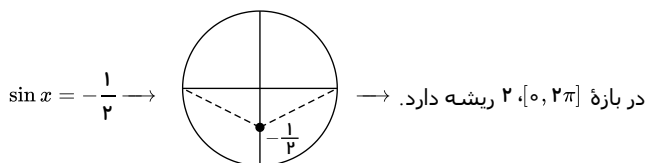
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰ می‌دانیم $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 3}{\sin x - 1} = 3 \rightarrow \cos 2x + 2 \sin x - 3 = 3 \sin x - 3$$

$$\rightarrow \cos 2x + \sin x = 0 \rightarrow 1 - 2 \sin^2 x + \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

جمع ضرایب صفر است پس یک ریشه معادله $\sin x = 1$ و ریشه دیگر $\frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$ است.

غ ق (مخرج را صفر می‌کند.) $\sin x = 1$



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱ توجه کنید اگر $\sin^2 x = \sin^2 \alpha$ باشد آنگاه $x = k\pi \pm \alpha$ است.

$$\sin^2 x + \cos^2 3x = 1 \rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 3x \rightarrow \sin^2 3x = \sin^2 x$$

$$\rightarrow 3x = k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases}$$

این معادله پنج جواب $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$ در بازه داده شده دارد.



می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۲)

$$2 \sin x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \rightarrow -2 \sin x \cos x = 1 \rightarrow -2\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 \rightarrow -2 \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases} \xrightarrow{\text{به } k \text{ عدد می‌دهیم.}} x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \xrightarrow{\text{مجموع جواب‌ها}} \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ و $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۳)

$$\frac{2 \sin^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow \frac{2 \sin^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow 2(\sin x \cos x)^2 + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow 2\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 2x + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 2x) + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow 2 \cos^2 2x - 3 \cos 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\cos 2x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \frac{3+5}{4} = 2 \text{ غفقی} \\ \cos 2x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{به } k \text{ عدد می‌دهیم.}} \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{\text{مجموع}} \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۴)

$$\sin^2 x + \cos^2 3x = 1 \Rightarrow \cos^2 3x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 3x$$

می‌دانیم اگر $\cos^2 x = \cos^2 \alpha$ باشد، آن‌گاه $x = k\pi \pm \alpha$ است.

$$3x = k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} 3x = k\pi + x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \rightarrow 0, \frac{\pi}{2}, \pi \\ 3x = k\pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

در کل معادله ۵ جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴